

ESEMPIO DI PROVA SCRITTA D'ESAME.**C.D.L. INGEGNERIA EDILE E ARCHITETTURA, CORSO DI ALGEBRA E GEOMETRIA**

TITOLARE DEL CORSO: A. BERNARDI

ESERCIZIO 1Siano date le due seguenti rette di \mathbb{R}^3 :

$$r : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t + 1 \\ z = kt + 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad r' : \begin{cases} x = 2 \\ y = t + 1 \\ z = -t \end{cases} .$$

- (1) Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca di r ed r' .
- (2) Scegliere $k \in \mathbb{R}$ tale che r ed r' siano sghembe e calcolarne la distanza minima.
- (3) Per il valore di $k \in \mathbb{R}$ scelto al punto (2) trovare una retta $s \subset \mathbb{R}^3$ che risulti parallela ad r e che sia un sottospazio di \mathbb{R}^3 .
- (4) Trovare una base ortonormale di s^\perp .

ESERCIZIO 2

- (1) Sia $f_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f_k(x, y, z, t) = (x - y + z + kt, x + y + z, 2x + 2z + 2t)$, con $k \in \mathbb{R}$. Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$, $\text{Im}(f_k)$ e $\text{Ker}(f_k)$: calcolarne la dimensione, scriverne delle basi e dedurre se f_k sia iniettiva e/o suriettiva.
- (2) Sia poi g_k un endomorfismo di \mathbb{R}^2 con $g_k(x, y) = (2x, (k + 1)x + 2y)$ con $k \in \mathbb{R}$.
 - (a) Dire al variare di $k \in \mathbb{R}$ se g_k sia semplice.
 - (b) Scrivere, se possibile, un endomorfismo h di \mathbb{E}^3 tale che $M_{\mathcal{E}, \mathcal{E}}(h)$ sia ortogonalmente diagonalizzabile e che sul piano $z = 0$ coincida con la g_k dove il valore di $k \in \mathbb{R}$ è quello che soddisfa il punto (2a)